

## Equations différentielles d'ordre 1

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer!*

1. Résolvez les équations différentielles suivantes :

a.  $3y' - y = e^x$ ,                      b.  $x - 2 + xy' = 0$ ,                      c.  $xy' = y^2 - y$ .

2. Le traîneau que le Père Noël a prêté au Lapin de Pâques démarre sous la traction d'une force constante  $F$ . La masse totale qui est déplacée (traîneau, passager, oeufs en chocolat, etc.) est de 300 kg. La résistance de la glace et de l'air égale (ensemble) 50 fois la vitesse en m/s.

a. Quelle force  $F$  les rennes doivent-ils exercer pour que l'attelage atteigne une vitesse limite de 36 km/h ?

b.\* Après combien de temps l'attelage atteint-il la vitesse de 18 km/h ?

c.\* Quelle distance l'attelage a-t-il parcouru après 10 secondes ?

*\*Indication : si l'on n'a pas réussi à résoudre la partie a, on poursuivra le problème avec l'expression  $v(t) = 6(1 - e^{-\frac{t}{12}})$ .*

3. Dans une salle de cours de l'OS physique et maths, de dimensions  $2 \times 5 \times 9 \text{ m}^3$ , l'air est brassé en permanence. A l'instant  $t = 0$ , les élèves respirent un air chargé de senteurs mathématiques et physiques (SMP) à la concentration de 0.3%, destinées à améliorer les performances des élèves. Les  $0.9 \text{ m}^3$  de mélange qui sont évacués chaque minute sont remplacés au même rythme par un mélange à 0.2% de SMP. Appelons  $y(t)$  le volume (en  $\text{m}^3$ ) de SMP présent à l'instant  $t$  ( $t$  en minutes).

Déterminez l'équation différentielle correspondant à cette donnée et mettez-la sous la forme propice à l'utilisation de la méthode du facteur intégrant, puis donnez la (les) condition(s) initiale(s). **NE RESOLVEZ PAS L'EQUATION!**