Lineare Algebra 1 / Teil 1

Begründen Sie Ihre Antworten!

1. Gegeben ist $G = \mathbb{R}^2$ mit der Addition $(x; y) + (x'; y') = (x + x' - 3; y + y' + 8)$.

a. Beweisen Sie, dass $(G, +)$ eine abelsche Gruppe ist (**die Assoziativität wird nicht gefragt!**)

b. $(G, +, \cdot)$, wo $\cdot$ die gewöhnliche Multiplikation $k(x; y) = (kx; ky)$ ist, ist kein Vektorraum. Erklären Sie warum.

2. Beweisen Sie, **mit den Grunddefinitionen**, dass $F = ((4; 3); (-2; -1))$ eine Basis von $\mathbb{R}^2$ ist.

3. a. Ist $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ a-b & 0 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ ein Unterraum von $M_2(\mathbb{R})$?

b. Ist $B = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - 3y = 0\}$ ein Unterraum von $\mathbb{R}^2$?

c. Ist $C = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + 3z - 1 = 0\}$ ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$?

4. THEORIE.

a. **Definition :** Ein *Erzeugendensystem* von einem Vektorraum V ist ...

b. Beweisen Sie die folgende Eigenschaft : *Der Durchschnitt von zwei Unterräumen eines Vektorraumes ist wieder ein Unterraum.*

c. Beweisen Sie den folgenden Satz : *Gibt es eine Teilfamilie von einer Familie F, die linear abhängig ist, dann ist auch F linear abhängig.*