
Zahlenfolgen

Begründen Sie Ihre Antworten!

1. Gegeben ist eine geometrische Folge $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ durch die Glieder

$$u_5 = \frac{32}{81} \quad \text{und} \quad u_8 = \frac{256}{2187}$$

- a. Bestimmen Sie u_1 und u_3 .
- b. Bestimmen Sie S_{10} .
2. a. Gegeben ist eine Folge $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ durch $u_n = \frac{2^{n^2+3}}{5}$. Definieren Sie die Folge rekursiv.
- b. Gegeben ist eine Folge $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ durch $u_1 = 5$, $u_{n+1} = 2u_n + 3$. Definieren Sie die Folge explizit.
3. Gegeben ist eine Folge $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ durch $u_n = \frac{4n-1}{3n+2}$.
- a. Beweisen Sie, dass diese Folge streng monoton steigend ist.
- b. Bestimmen Sie die untere Grenze der Folge.
- c. Beweisen Sie, **mit zwei verschiedenen Methoden**, dass $\frac{4}{3}$ eine obere Schranke ist.
- d. Beweisen Sie, mit der Definition, dass $\frac{4}{3}$ der Grenzwert der Folge ist.