

## Analyse - 4 : Continuité

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. On donne la fonction  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ .
  - a. Combien cette fonction admet-elle de zéros ? Justifiez votre réponse !
  - b. Calculez une valeur approchée au centième près du plus petit zéro de  $f$  à l'aide de la méthode de bisection.

### 2. Théorie.

- a. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur un intervalle  $[a; b]$ , telles que  $f(a) < g(a)$  et  $f(b) > g(b)$ . Prouvez qu'il existe un nombre  $c \in ]a; b[$  tel que  $f(c) = g(c)$ .
- b. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur un intervalle  $[a; b]$ , telles que  $f(a) < g(a)$  et  $f(b) < g(b)$ . Donnez un exemple de deux telles fonctions  $f$  et  $g$  pour chacun des cas suivants :
  - il existe  $c \in ]a; b[$  tel que  $f(c) = g(c)$  ;
  - il n'existe aucun  $c \in ]a; b[$  tel que  $f(c) = g(c)$ .

3. Une sculpture de 10 mètres de haut est formé de deux cubes de côté  $x$  m, entre lesquels se trouve une sphère, de sorte que les centres des cubes et de la sphère soient alignés. Le volume total de la figure est de  $100\pi$  m<sup>3</sup>. Déterminez une fonction dont un zéro correspond à cette situation. **NE CALCULEZ PAS CE ZERO !**

