Zéros de fonction

NOM et PRENOM : .... *Il faut tout justifier et expliquer !*

Théorème 2

Hypothèses de Fourier :

1. *f est deux fois continûment dérivable dans $I = [a; b]$;*
2. *$f(a)$ et $f(b)$ sont de signes opposés (i.e. $f(a) \cdot f(b) < 0$) ;*
3. *f' est de signe constant (non nul) dans I ;*
4. *f'' est de signe constant dans I.*

Lorsque ces quatre hypothèses sont satisfaites, la suite de Newton de premier terme x_0 est monotone et convergente pour toute valeur x_0 de I telle que $f(x_0)$ ait le signe de f''.

---

1. On donne la fonction $f(x) = x^3 - 7x^2 + 9x + 3$.

a. Déterminez le nombre de zéros réels de f et justifiez votre résultat.

b. Quelle autre méthode permettrait de répondre à la question a ? Expliquez clairement votre réponse sans faire complètement tous les calculs.

c. Déterminez un zéro de f au dix-millième près avec la méthode de Newton en prenant comme terme initial $x_0 = -1$.

d. Prouvez que la suite de Newton de premier terme $x_0 = -1$ converge bien vers un zéro de f.

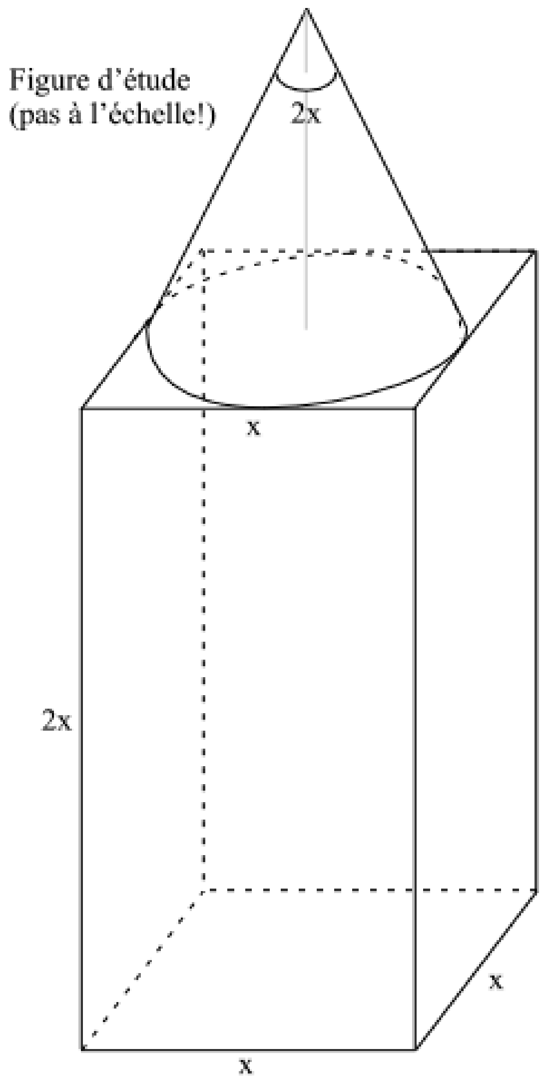
e. Déterminez les exclus de Newton de premier type de f (s'il y en a).

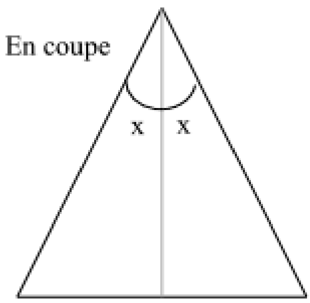
f. Expliquez brièvement (en une phrase) et sans faire tous les calculs, comment démarrer une recherche d'un autre exclu de Newton – ne pas traiter le cas des boucles !

Tournez s.v.p.

2. Voir illustrations.

Au-dessus d'un parallélipipède rectangle à base carrée de côté x et de hauteur $2x$, on pose un cône de révolution droit dont le disque de base est tangent aux quatre côtés de la face supérieure du parallélipipède. L'angle d'ouverture au sommet vaut $2x$ (en coupe verticale passant par le sommet). Le volume total du solide ainsi formé est de 5 m^3. Il s'agit de déterminer la valeur de x correspondant à ce problème.





a. Déterminez l'équation sans dénominateurs et à coefficients exacts dont une solution non nulle est la valeur de x cherchée. NE RESOLVEZ PAS CETTE EQUATION !

b. Donnez l'intervalle d'existence de x pour ce problème.