Matrices – Episode 1

NOM et PRENOM : .... *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. Soient A et B deux matrices inversibles. Prouvez que $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

2. Calculez – lorsque c'est possible, dans le cas contraire, expliquez pourquoi ce n'est pas possible : a. $3\begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & -7 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 6 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 9 & 10 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. Calculez – lorsque c'est possible **et avec la méthode demandée** – l'inverse des matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ *avec des opérations élémentaires sur les lignes*

$B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 7 & 5 & -1 \\ -1 & 9 & -7 \end{pmatrix}$ *libre* $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 8 & -1 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ *avec la matrice adjointe*

4. **Cramer**. **A** – a. Résolvez le système $\begin{cases} 6x - 15y = 5 \\ 9x + 10y = 1 \end{cases}$ avec la méthode de Cramer.

Partie B – On donne le système : $\begin{cases} (\lambda - 3)x + 3y = 1 \\ 5x + (\lambda + 2)y = 4 \end{cases}$.

b. Déterminez toutes les valeurs réelles de λ pour lesquelles le système admet une solution unique (on ne demande pas de calculer cette solution !).

c. Y'a-t-il une valeur de λ pour laquelle il y a une infinité de solutions ?