Exponentielle et Logarithme - 2ème année

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer !*

LA CALCULATRICE EST AUTORISEE !

1. Calculez – donnez la réponse sous forme de nombre entier ou de fraction :

a. $\exp_3 4 =$

b. $\exp_{\frac{2}{3}} 3 =$

c. $\exp_{64}\left(-\dfrac{2}{3}\right) =$

d. $\log_4 \dfrac{1}{\sqrt[3]{16}} =$

e. $\log_{169}(\sqrt[5]{13}) =$

f. $\log_2 512 =$

2. a. Décomposez l'expression suivante à l'aide des propriétés des logarithmes et simplifiez lorsque c'est possible : $\log_a\left(\dfrac{a^3\sqrt[4]{b^3c}}{\sqrt[4]{d^5}}\right) =$

b. Groupez l'expression suivante à l'aide des propriétés des logarithmes et simplifiez lorsque c'est possible :

$2\log_3 5 + \frac{1}{2}\log_3 4 + 3 - \frac{1}{3}\log_3 2 - 3\log_3 6 =$

3. Dans un gymnase lausannois (que nous ne citerons pas), un élève d'un groupe de Maths, appelons-le Sachem Ribase (nom d'emprunt, vrai nom connu de la rédaction), met du temps à enlever son bonnet en début de leçon. Lors de la première semaine de cours de la deuxième année, il lui a fallu au total 10 minutes sur l'ensemble de la semaine pour ôter son bonnet. On sait qu'une année scolaire comporte 36 semaines de cours et que chaque semaine, le temps hebdomadaire (en minutes) diminue de 2%.

a. Etablir soigneusement la formule donnant le nombre de minutes hebdomadaires nécessaires à Sachem pour ôter son bonnet.

b. De combien de minutes aura-t-il besoin pour ôter son bonnet durant la 5ème semaine de cours de deuxième année (en minutes et secondes) ?

c. De combien de minutes a-t-il eu besoin pour ôter son bonnet durant la 3ème semaine de cours de la première année (en minutes et secondes) ? (on admet que la variation de 2% était déjà valable en première !)

d. Durant quelle semaine (de quelle année) aura-t-il besoin de 7 minutes et 30 secondes pour ôter son bonnet ?

e. Arrivera-t-il à ôter son bonnet en 2 minutes (sur une semaine) d'ici la fin de ses études gymnasiales s'il ne redouble aucune année ?

4. Résolvez les équations suivantes en précisant à chaque fois ED (réponses exactes) :

a. $8^x = \dfrac{1}{64}$

b. $\log_x 3 = 4$

c. $\log_2(2x^2 - 5x + 3) = \log_2(x + 1) + \log_2(x + 3)$