

## Suites

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. D'une suite arithmétique  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  on connaît  $u_{16} = -18$  et  $S_{16} = 72$ . Déterminez le premier terme de la suite ainsi que sa raison.

2. On considère la suite  $\left(\frac{4n-7}{9n+3}\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

- a. Prouvez que cette suite est strictement croissante.
- b. Calculez la limite de la suite, puis prouvez – avec la définition – que cette limite est bien la bonne.
- c. On donne  $\epsilon = 0.1$ . Déterminez le plus petit nombre  $N \in \mathbb{N}^*$  pour lequel

$$|L - u_n| < \epsilon, \forall n \geq N$$

où  $L$  est la limite obtenue dans la partie b.

- d. Prouvez, de deux manières différentes, que  $M = \frac{7}{9}$  est un majorant de la suite.
- e. Déterminez les bornes supérieure et inférieure de la suite.

3. Prouvez rigoureusement que la suite  $\left(\frac{3n^2}{2n-1}\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$  admet la limite  $+\infty$ .