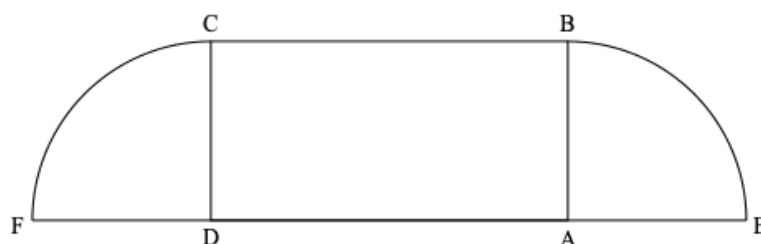


Analyse-5 : Dérivées / Partie 2 : 90 minutes

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer!*

1. Gymnase Auguste Piccard 2005 - R + S.

On dispose de 1000 mètres de barrière et on souhaite créer un enclos comportant trois parties : un rectangle $ABCD$ et deux quarts de cercle (cf. figure ci-dessous).



- a. Quelles doivent être les longueurs de AB et BC qui permettront de maximiser la somme des aires des trois parties de l'enclos ?
 - b. Que vaut alors cette somme ?
2. On donne une fonction f ainsi que sa dérivée seconde (pas besoin de la recalculer!) :

$$f(x) = \frac{-5x^2 - 19x - 14}{x^2 + x - 6}, \quad f''(x) = \frac{-28x^3 - 264x^2 - 768x - 784}{(x^2 + x - 6)^3}$$

Etudiez partiellement f . On demande :

- a. $ED(f)$;
- b. les zéros et le signe de f ;
- c. les asymptotes de f , ainsi que la position relative du graphe de f relativement à son éventuelle asymptote horizontale ou oblique ;
- d. la dérivée f' , ainsi que la croissance de f , y.c. les coordonnées de ses éventuels extrema.
- e. Prouvez que f'' admet un zéro unique et déterminez-le au dixième près avec la méthode de bisection.

Tournez s.v.p. . / .

3. On donne une fonction f ainsi que sa dérivée première (pas besoin de la recalculer) :

$$f(x) = 4 \cos^2 x - 7 \cos x - 2 \quad , \quad f'(x) = \sin x(7 - 8 \cos x)$$

Etudiez partiellement la fonction f . On demande :

- a. la parité de f ;
- b. la période de f (sans justification) ;
- c. les asymptotes de f (justifiez vos réponses) ;
- d. la croissance de f avec les coordonnées de ses éventuels extrema ;
- e. la dérivée seconde de f et ses zéros (la courbure et les coordonnées des points d'inflexion ne sont pas demandées!) ;
- f. le graphe de f sur la feuille jointe.
- g. S'il y a un nouvel axe de symétrie du graphe, donnez son équation et prouvez que c'est bien un axe de symétrie.