

Analyse-1 : Fonctions réelles

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. On donne les fonctions

$$f(x) = 2x^2 + 6x - 9 \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \quad h(x) = \frac{5x}{\sqrt{x^2 - 9}} \quad i(x) = 4x - 3$$

- a. Déterminez les coordonnées du sommet de la parabole associée à f .
- b. Déterminez, en effectuant rigoureusement les calculs, l'image de f .
- c. Prouvez que $x = \frac{5}{2}$ est un axe de symétrie du graphe de g .
- d. Déterminez la parité de h .
- e. Calculez $(f \circ i)(x)$
- f. Déterminez les ensembles A et B , de taille maximale, de sorte que $f : \begin{matrix} A \longrightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{matrix}$ soit bijective. Expliquez brièvement (pas de preuve demandée).

2. Prouvez que la fonction $f : \begin{matrix} \mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{5}\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{7}{5}\} \\ x \mapsto \frac{7x+3}{5x-4} \end{matrix}$ est bijective puis, si elle existe, donnez sa réciproque.

3. Lorsque c'est possible, donnez (sans justification) dans chaque cas un exemple de fonction remplissant les conditions posées. Si ce n'est pas possible, dites brièvement pourquoi.
- a. f est injective, non surjective ;
 - b. f est surjective, non injective ;
 - c. f est bijective, non surjective.